

TDS MATHÉMATIQUES IMAC 1

Exercice 1 : Mettre sous forme carthésienne $(x + jy)$ les nombres complexes $z_1 = (-1 + j)^{16}$ et $z_2 = \frac{3-4j}{-3+j}$.

Exercice 2 : Soit $z = x + jy$. Mettre sous forme polaire puis cartésienne e^z . Ecrivez $|e^z|$, $Arg(e^z)$, $\Re(e^z)$, $\Im(e^z)$ Motrer que $\overline{e^z} = e^{\bar{z}}$.

Exercice 3 : Calculer $I = \int_0^{2\pi} \sin^2(mt) \cos(nt) dt$ avec m, n entiers ≥ 1 .

Exercice 4 : Calculer les coefficients de Fourier de la fonction 1-périodique définie par $f(x) = x$ sur $]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$.

Exercice 5 : Montrer que $E = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ deux fois dérivable telle que } f''(x) = -9f(x)\}$ est un espace vectoriel. En cherchant des fonctions trigonométriques, trouver deux vecteurs indépendants de E . Que peut-on dire de la dimension de E ?

Exercice 6 : Calculer le déterminant de la matrice $M = \begin{pmatrix} b & a & a & a \\ a & b & a & a \\ a & a & b & a \\ a & a & a & b \end{pmatrix}$.

Exercice 7 : Montrer, avec des exponentielles, que $\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos(\frac{p+q}{2}) \cos(\frac{p-q}{2})$. En déduire le déterminant de la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \cos(a) & \cos(2a) \\ \cos(a) & \cos(2a) & \cos(3a) \\ \cos(2a) & \cos(3a) & \cos(4a) \end{pmatrix}.$$