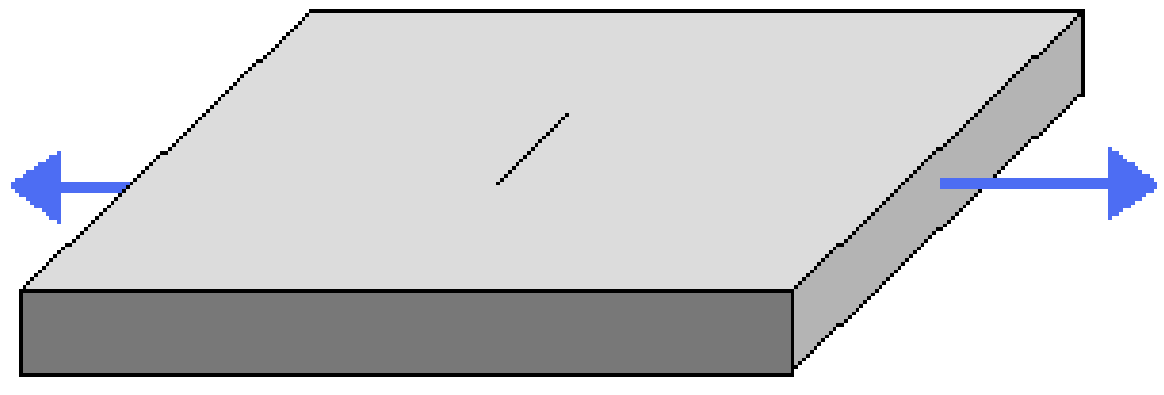
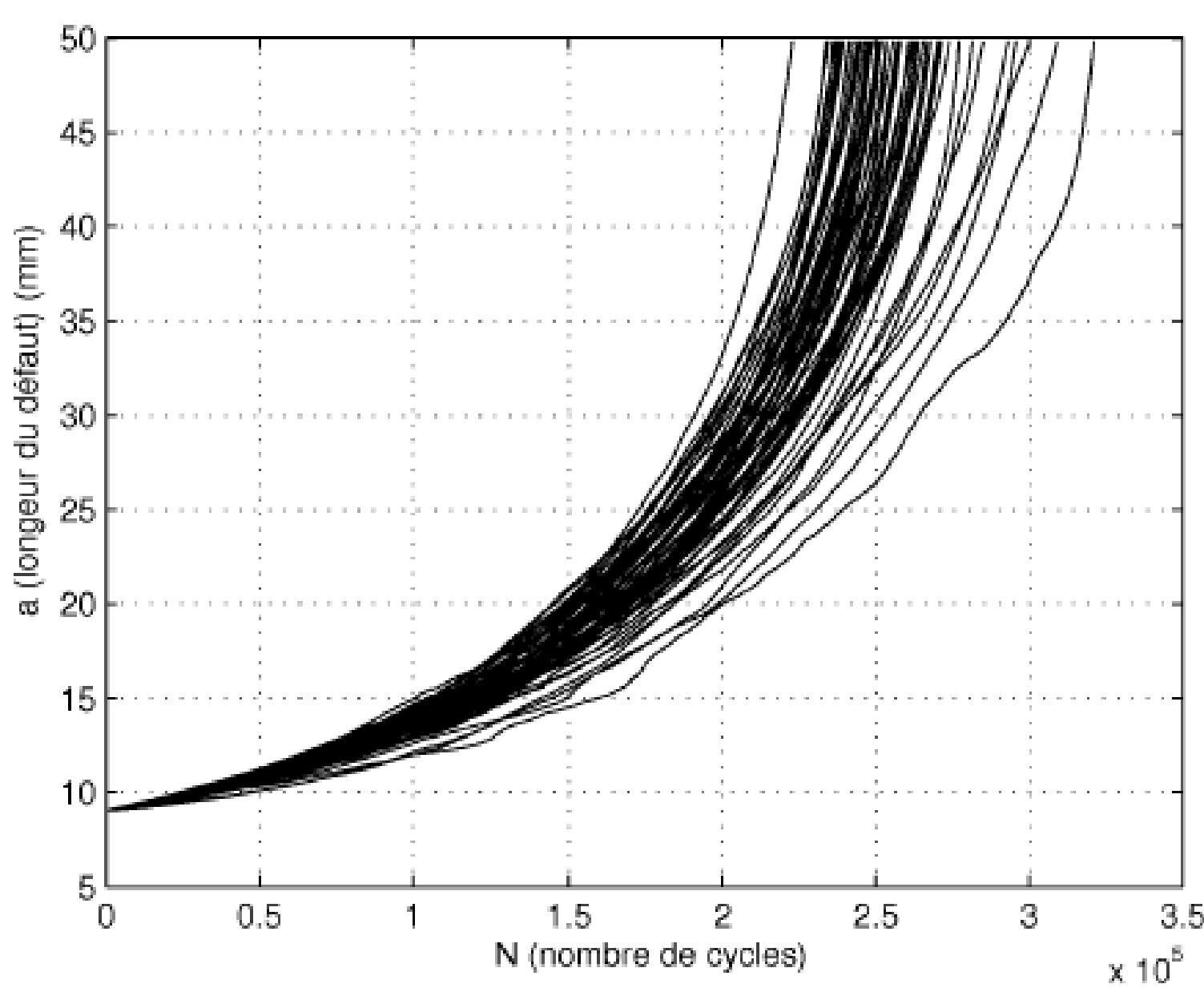


1 - Introduction

• Malgré des essais de fatigue réalisés dans des conditions expérimentales très contrôlées, les données de propagation de fissures présentent un caractère aléatoire, c'est le cas notamment des données obtenues par Virkler (1980). Il s'agit d'une campagne d'essais menés sur 68 éprouvettes en aluminium identiques.



Les résultats des essais de Virkler sont représentés ici : la longueur a de la fissure est en fonction du nombre N de cycles de charge.



• Pour modéliser la forte dispersion expérimentale, on peut introduire de l'aléa dans l'équation empirique de Paris-Erdogan qui relie la vitesse de la propagation $\frac{da}{dN}$ et l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes ΔK :

$$\phi_{m,C} : \frac{da}{dN} = C(\Delta K(a))^m \quad (1)$$

La longueur de l'éprouvette ω et l'amplitude de la contrainte $\Delta\sigma$ interviennent dans l'écriture de ΔK .

• De nombreux modèles stochastiques de propagation de fissure sont fondés sur la loi de Paris-Erdogan dont les paramètres m et C sont aléatoires. Nous proposons de modéliser la croissance de la fissure au cours du temps par un processus markovien déterministe par morceaux (PDMP) dont le flot est donné par (1), ce qui permet de modifier les valeurs de m et C à un instant aléatoire de la propagation.

4 - Principe d'actualisation

• L'objectif maintenant est de proposer un principe d'actualisation du modèle de propagation pour mieux prédire l'évolution d'une fissure donnée grâce à un petit nombre de mesures prises au début de sa propagation.

• On redéfinit la loi initiale ν_0 , la loi de transition des paramètres ainsi que la loi de \bar{N} afin que les courbes simulées soient au plus proche des premières mesures avant et après l'instant de saut.

• Un faisceau simulé selon ce nouveau modèle sera beaucoup moins dispersé que selon le modèle général.

2 - Ajustement sur les données de Virkler

• Dans cette partie et pour chaque fissure, on cherche à ajuster une courbe théorique a_{th} définie en deux morceaux à la courbe expérimentale. a_{th} dépend de 5 paramètres m_1, C_1, T, m_2 et C_2 . Jusqu'à l'instant \bar{N} , a_{th} est définie par (1) avec les paramètres m_1, C_1 ; après \bar{N} , a_{th} est définie par (1) avec $m = m_2$ et $C = C_2$:

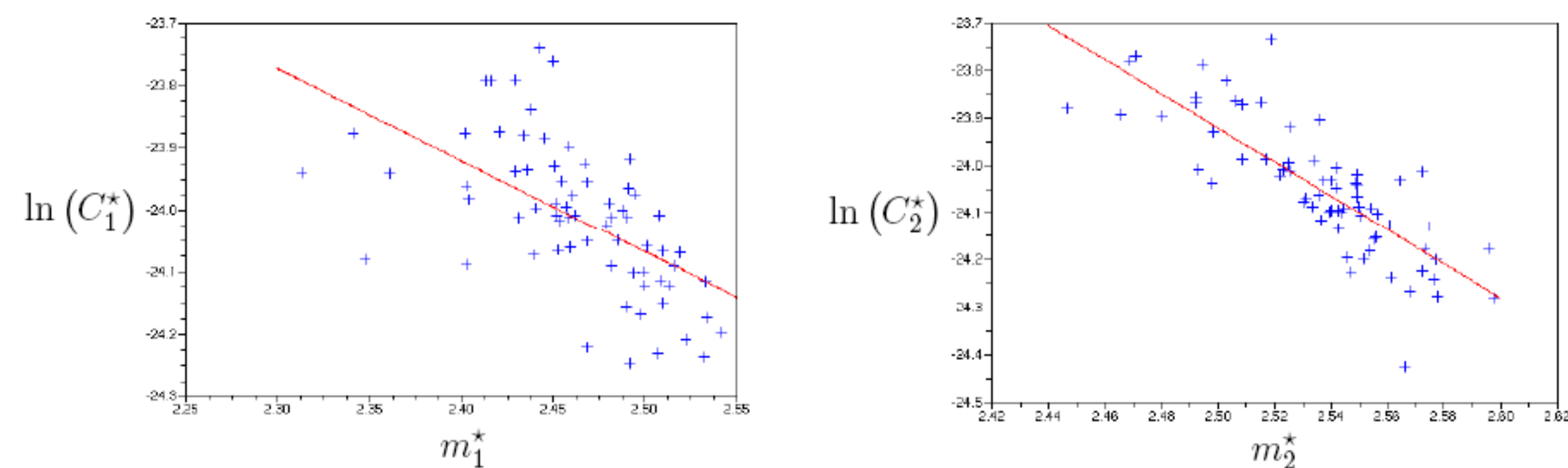
$$\text{pour } N < \bar{N}, a_{th}(N) = \phi_{m_1, C_1}(0, 9, N) \text{ et pour } N \geq \bar{N}, a_{th}(N) = \phi_{m_2, C_2}(\bar{N}, \alpha, N)$$

où le paramètre α permet de préserver la continuité de la courbe.

Pour la fissure k , on cherche les paramètres $m_1^{(k)*}, C_1^{(k)*}, \bar{N}^{(k)*}, m_2^{(k)*}$ et $C_2^{(k)*}$ qui minimisent la somme des carrés des écarts verticaux entre a_{th} et la courbe expérimentale k . Pour cela, on a utilisé une méthode de recuit simulé.

	min	max	moyenne	écart-type
m_1^*	2.313	2.541	2.462	4.6810^{-2}
$\ln(C_1^*)$	-24.247	-23.740	-24.013	$1.18.10^{-1}$
\bar{N}^*	28207	258046	118004	51577
m_2^*	2.446	2.597	2.535	$3.14.10^{-2}$
$\ln(C_2^*)$	-24.423	-23.736	-24.048	$1.39.10^{-1}$

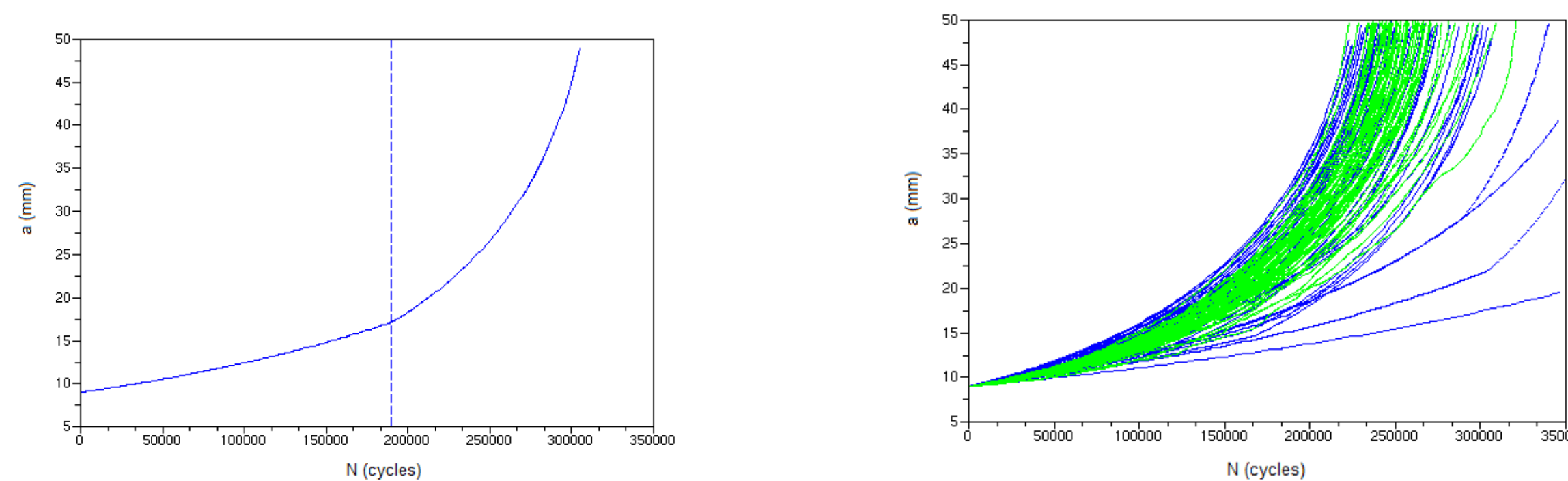
• Quant à la relation linéaire liant m et $\ln(C)$ et mise en évidence par de nombreux auteurs, elle est moins forte dans notre modèle notamment dans le premier régime de propagation.



3 - Modèle de propagation

• Les paramètres estimés précédemment nous permettent de construire un modèle markovien déterministe par morceaux de propagation de fissure. On propose un espace d'états $\mathcal{M} \times \mathcal{C}$ pour les paramètres de (1), une loi initiale ν_0 et une matrice de transition M pour ces mêmes paramètres ainsi qu'une intensité de saut λ .

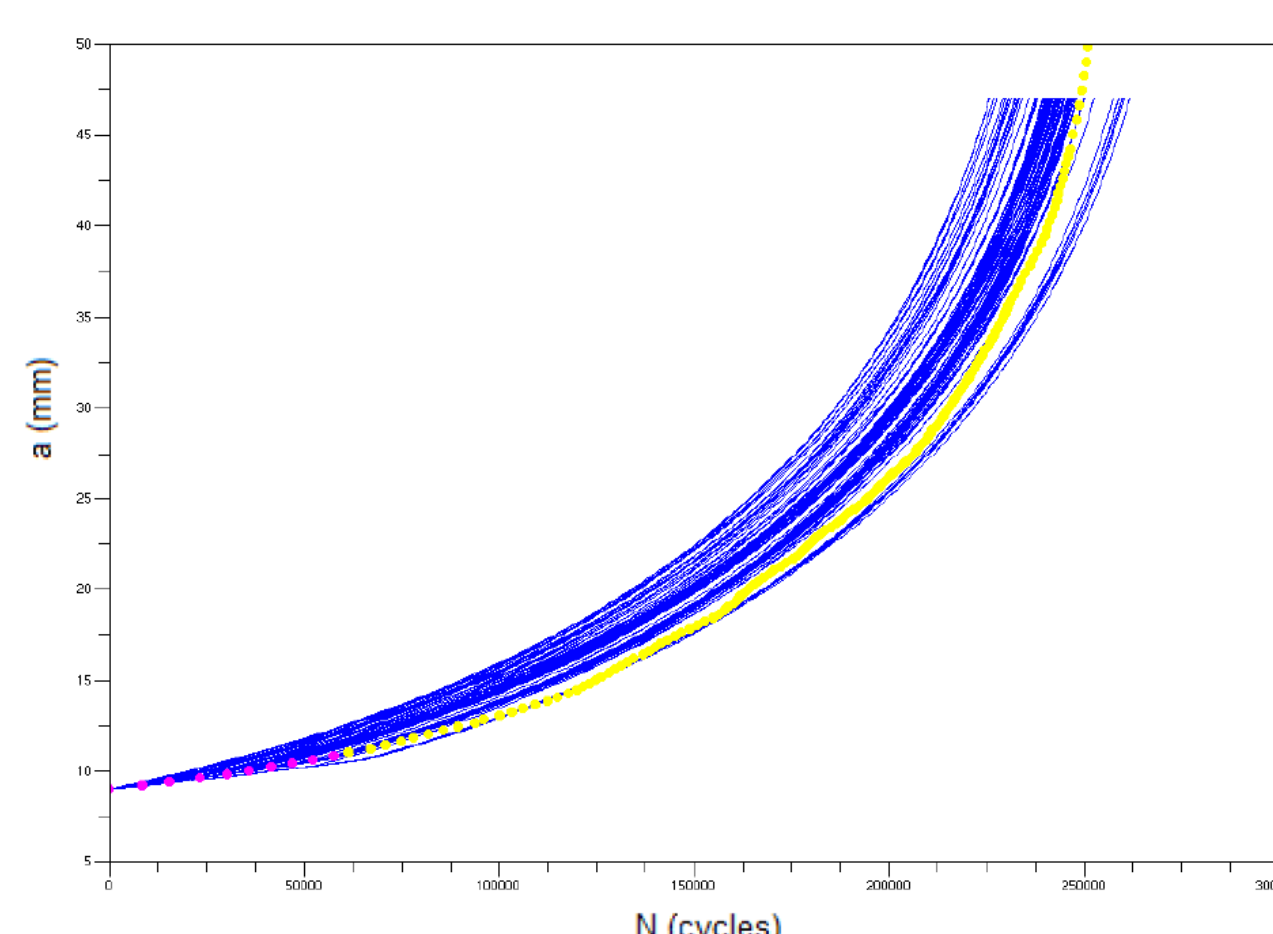
- A l'instant initial, les paramètres du flot sont choisis selon $\nu_0 : m, C$
- L'évolution de la fissure est déterministe pendant un temps aléatoire \bar{N} de loi $\mathcal{E}(\lambda_{m,C})$.
- A l'instant \bar{N} , les paramètres du flot changent selon $M : \tilde{m}, \tilde{C}$



En bleu, une courbe et un faisceau simulés et en vert, les données de Virkler.

5 - Validation croisée

• On propose de valider le modèle de prédiction à l'aide d'une méthode *Leave One Out*. Pour chaque fissure dans les données de Virkler, on estime les paramètres du modèle à partir des résultats d'ajustement obtenus sur les 67 autres courbes. On introduit également une *distance* \mathcal{D} de la courbe expérimentale au faisceau pour mesurer la qualité de la prédiction.



$$\begin{array}{ll} \text{pour 40\% des fissures} & \mathcal{D} = 0 \\ \text{pour 30\% des fissures} & 0 < \mathcal{D} < 1 \\ \text{pour 66\% des fissures} & \mathcal{D}_{fin} = 0 \end{array}$$

← Exemple de prédiction avec actualisation en utilisant les 10 premières mesures. La *distance* au faisceau est $\mathcal{D} = 0.018$.