

# ESTIMATION, SIMULATIONS ET PRÉVISION D'UN MODÈLE DE PROPAGATION DE FISSURES PAR DES PROCESSUS MARKOVIENS DÉTERMINISTES PAR MORCEAUX.

## ESTIMATION SIMULATION AND PREDICTION OF A CRACK GROWTH MODEL USING PIECEWISE DETERMINISTIC MARKOV PROCESSES

**AZAIS Romain,**

**GÉGOUT-PETIT Anne**

IMB UMR 5152, INRIA CQFD

Université de Bordeaux

351 Bd de la Libération

33405 BORDEAUX Cedex

**TOUZET Marie**

LMP UMR 5469

Université de Bordeaux

351 Bd de la Libération

33405 BORDEAUX Cedex

**ELEGBEDE Charles**

EADS Astrium

Avenue du Gal Niox

BP11

33165 St Médard en Jalles

### Résumé

Nous proposons de modéliser la propagation d'une fissure par des processus markoviens déterministes par morceaux. Nous estimons les paramètres du modèle sur des données de la littérature [VIR79]. Les résultats de simulation permettent de générer un faisceau de fissures semblable à celui des fissures de Virkler. Ensuite, nous adaptons la méthode d'actualisation [PER08] à notre modèle pour prédire la propagation d'une fissure à l'aide des premiers points de sa trajectoire. Les résultats sont excellents et confirment la qualité du modèle.

### Summary

In this work, we propose to model crack propagation by Piecewise Deterministic Markov Processes (PDMP in short). These processes were introduced by Davis in the eighties. We have fitted the parameters of the model on the data of the literature [VIR79]. The results of the simulation give a cluster of cracks similar to the experimental one. Next we adapt the actualization method of [PER08] to our model for the prediction of the future of the crack using only the first measure points of its trajectory. The results are excellent and confirm the quality of the model.

**Remerciements** : Ce travail a été partiellement financé par la direction de la recherche d'EADS Astrium Space Transportation sous le contrat associé aux clauses TE3B2 X0864/09 et par le programme ARPEGE de l'Agence Nationale de la Recherche, projet FAUTOCOES, n° ANR-09-SEGI-004.

La dispersion des résultats des essais de fatigue [VIR79], [LAP96], [WU07] est acceptée à la fois comme un fait d'expérience et comme un fait physique. L'approche consiste donc à développer des modèles qui traduisent ces dispersions expérimentales assez fortes. Pour cela, des auteurs ont développé des modèles stochastiques de propagation de fissures par fatigue ([LAP96], [WU07], [YAN96]) en introduisant un élément aléatoire dans la loi déterministe de Paris [PAR63] qui permet de relier la vitesse d'avancée par cycle  $da/dN$  et l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes  $\Delta K$ . Cette loi est donnée par l'équation différentielle  $da/dN = C (\Delta K(a))^m$ . C'est par l'intermédiaire de ces paramètres qu'il est possible de stochastiser le modèle de Paris en les rendant aléatoires. Le couple de paramètres  $(m, C)$  peut-être par exemple une variable aléatoire choisie à l'instant initial  $t = 0$  (voir [PER08] et ses références).

Dans notre travail, nous assouplissons les travaux précédents en permettant au couple aléatoire  $(m, C)$  de changer de valeur en un temps aléatoire de la trajectoire :  $(m, C)$  est donc un processus de Markov à un seul instant de saut. Dans ce cas, la trajectoire de la longueur de la fissure est déterministe avant et après le saut, c'est un cas particulier de processus markoviens déterministes par morceaux (PDMP). Il a été montré que ces processus étaient adaptés à la modélisation des problèmes de fiabilité ([ZHA08]). Nos résultats rendent compte de la dispersion du faisceau des courbes expérimentales de propagation de Virkler. Via une méthode d'actualisation, il permet aussi de prédire la propagation d'une fissure à partir de quelques mesures.

Nous expliquerons ce qu'est un PDMP dans notre cas particulier. Nous présenterons ensuite les essais de Virkler et expliquerons comment nous avons, pour chaque fissure expérimentale, estimé les paramètres du PDMP le plus proche. A l'aide de la statistique des résultats obtenus, nous construisons le modèle en tenant compte des liens éventuels entre les paramètres et donnons les résultats de simulation pour différents cardinaux de l'ensemble des modes de propagation possibles. Enfin nous donnons la méthode et les résultats de l'actualisation, méthode de prédiction de fissures à partir des 1<sup>ers</sup> points de mesure. Les résultats de simulation et de prédiction sont très intéressants et seront comparés aux données expérimentales.

### Références

- [DAV93] M. Davis, Markov Models and Optimization. Monographs on Statistics and Applied Probability 49, Chapman and Hall, London/New York, 1993
- [LAP96] C. Lapetra, J. Mayo, J. 1996, Dominguez, The randomness of fatigue crack growth under constant-amplitude loads, *Fatigue Fract Engng Mater Struct* **19**(5) : 589-600.
- [PAR63] P.C. Paris, F. Erdogan, 1963, A critical analysis of crack propagation laws. *J Basic Eng* **85**: 528-534.
- [PER08] Perrin, F., 2008, Prise en compte des données expérimentales dans les modèles probabilistes pour la prévision de la durée de vie des structures, Thèse, Université Blaise Pascal Clermont-Ferrand II
- [VIR79] D.A. Virkler, B.M. Hillberry and P.K. Goel, 1979, The statistical nature of fatigue crack propagation, *J. Engng Mater Tech*, Trans. ASME, **101** :148-153.
- [WU04] W.F. Wu and C.C. Ni, 2004, Probabilistic models of fatigue crack propagation and their experimental verification, *Engng Fract Mech*, **19**: 247--257.
- [WU07] W.F. Wu and C.C. Ni, 2007, Statistical aspects of some fatigue crack growth data, *Engng Fract Mech*, **74** : 2952-2963.
- [ZHA08] H. Zhang, Y. Dutuit, F. Dufour, and C. Elegbede, 2008, Application des processus déterministes par morceaux à un système de production pétrolière offshore, *Proceedings of  $\lambda\mu$  16*, Avignon, France, 2008.