

Probabilités Série d'exercices 1

Exercice 1

Combien y a-t-il de nombres entre 100 et 1000 formés de chiffres tous différents ?

Exercice 2

Une entreprise décide de classer 20 personnes susceptibles d'être embauchées ; leurs CV étant très proches, le patron décide de recourir au hasard : combien y-a-il de classements possibles ?

Exercice 3

Un QCM comporte 10 questions, pour chacune desquelles 4 réponses sont proposées, une seule est exacte. Combien y-a-t-il de grilles-réponses possibles ? Quelle est la probabilité de répondre au hasard au moins 6 fois correctement ?

Exercice 4

Pour accéder à un service sur Internet, vous devez taper un mot de passe de 4 lettres choisies dans l'alphabet latin majuscule (26 caractères). 1. Combien de mots de passe de 4 lettres peut-on créer ? 2. Combien de mots de passe de 4 lettres distinctes peut-on créer ?

Exercice 5

Lors d'une loterie de Noël, 300 billets sont vendus aux enfants de l'école ; 4 billets sont gagnants. J'achète 10 billets, quelle est la probabilité pour que je gagne au moins un lot ?

Exercice 6

Un étudiant s'habille très vite le matin et prend, au hasard dans la pile d'habits, un pantalon, un tee-shirt, une paire de chaussettes ; il y a ce jour-là dans l'armoire 5 pantalons dont 2 noirs, 6 tee-shirts dont 4 noirs, 8 paires de chaussettes, dont 5 paires noires. Combien y-a-t-il de façons de s'habiller ? Quelles sont les probabilités des événements suivants : il est tout en noir ; une seule pièce est noire sur les trois.

Exercice 7

On lance cinq fois une pièce de monnaie bien équilibrée. Quel est l'ensemble des résultats possibles ? Trouver un univers Ω et une probabilité \mathbb{P} permettant de modéliser l'expérience. Quelle est la probabilité :

1. d'obtenir exactement une fois "face" ?
2. d'obtenir au moins une fois "face" ?
3. d'obtenir quatre "pile" au moins ?
4. d'obtenir "pile" au premier tirage puis au moins une fois "face" dans les quatre suivants ?
5. d'obtenir "pile" au premier tirage ou "face" au troisième tirage ?
6. d'obtenir plus de "face" que de "pile" ?

7. d'obtenir une série de longueur 3 au moins (c'est à dire : au moins trois "pile" consécutives ou trois "face" consécutives) ?

Exercice 8

Au tapis vert, il faut choisir 4 cartes parmi les 32 cartes d'un jeu de 32 cartes, en les cochant sur une grille. On appelle grille l'un des résultats possibles.

Exemple de grille : as de pique, dame de cœur, 7 de carreau, 7 de trèfle. Dénombrer les grilles contenant :

1. la dame de cœur
2. une dame et une seulement
3. deux dames et deux seulement
4. aucune dame
5. au moins une dame
6. l'as de pique et une dame seulement.

Exercice 9

5 prévenus sont amenés à choisir un avocat dans une liste de 10 avocats commis d'office.

1. Combien y a-t-il de choix possibles ?
2. Combien y a-t-il de choix tels que les 5 prévenus choisissent le même avocat ?
3. Combien y a-t-il de choix tels que 2 avocats soient appelés ?

Exercice 10 (Problème des anniversaires)

Dans une assemblée de n personnes, on note la date d'anniversaire de chacun.

1. Donner le cardinal de toutes les répartitions possibles.
2. Calculer le cardinal des ensembles suivants :
 1. tous les participants ont la même date d'anniversaire.
 2. Pierre et Paul ont la même date d'anniversaire.
 3. deux personnes ont la même date d'anniversaire.
 4. toutes les personnes ont des dates d'anniversaires différentes.
3. On note p_n la probabilité pour que deux personnes au moins de cette assemblée aient leur anniversaire le même jour. Calculer une valeur approchée de cette probabilité pour $n = 23$, $n = 41$ et $n = 57$.

Exercice 11 (Problème de Galilée)

Le prince de Toscane demande un jour à Galilée : "Pourquoi lorsqu'on jette trois dés obtient-on plus souvent la somme 10 que la somme 9, bien que ces deux sommes soient obtenues de six façons différentes?"

Construire un modèle probabiliste, traduire la question posée en terme de probabilités et répondre à la question. Quelle erreur commet implicitement le prince de Toscane ?

Exercice 12 (Problème du Chevalier de Méré)

Est-il plus probable d'obtenir au moins un 6 en quatre lancers de dé que d'obtenir au moins un double 6 en vingt-quatre lancers de deux dés ?