

# Problèmes spectraux, spectraux inverses et dynamique quantique

15 et 16 septembre 2015, IECL-Metz, salle 122

▷ **Raymond Brummelhuis** (Reims)

Title : *Un problème inverse en finance : détermination de la volatilité à partir des prix d'options*

Abstract : En finance on peut, dans certains modèles, calculer le prix d'une option en résolvant une EDP parabolique, dont les coefficients dépendent du modèle stochastique pour l'actif sous-jacent de l'option. Réciproquement, à partir des prix d'options qu'on observe dans le marché, on peut tenter de reconstruire certains des coefficients, et donc (en partie au moins) le modèle stochastique sous-jacent. Mathématiquement, il s'agit d'un problème inverse d'identification de coefficient de diffusion d'une EDP parabolique. Dans cet exposé on parlera de quelques résultats récents sur la stabilité en norme Sobolev de ce problème inverse, dans le cas où le modèle stochastique sous-jacent est une diffusion avec changement de régime ("Regime-switching local volatility model"), sous l'hypothèse que l'univers des options qui sont négociées sur le marché est suffisamment grand. On discutera aussi de certains problèmes ouverts si cet univers est plus restreint. Ceci est un travail commun avec Mourad Bellassoued, Michel Cristofol et Eric Soccorsi.

▷ **Otared Kavian** (Versailles)

Title : *Résultats d'unicité et de stabilité pour la détermination d'un potentiel dans un guide d'ondes*

Abstract : Soit  $\Omega = \omega \times \mathbb{R}$  où  $\omega \subset \mathbb{R}^2$  est un domaine borné, et soit  $V : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  un potentiel borné  $2\pi$ -periodique en la variable  $x_3 \in \mathbb{R}$ . Nous étudions le problème inverse consistant à déterminer  $V$  grâce aux données spectrales sur le bord de l'opérateur  $u \mapsto Au := -\Delta u + Vu$ , agissant sur  $L^2(\omega \times (0, 2\pi))$ , avec des conditions au bord de Dirichlet et quasi-periodiques. Plus précisément, nous prouvons que si pour  $j = 1, 2$  deux potentiels  $V_j$  sont donnés tels que  $\|V_j\|_\infty \leq R$ , et si nous désignons par  $(\lambda_{j,k})_k$  les valeurs propres associées aux opérateurs  $A_j$  (c'est-à-dire l'opérateur  $A$  avec  $V := V_j$ ), alors on a  $\|\mathcal{F}((V_1 - V_2)1_{\omega \times (0, 2\pi)})\|_\infty \leq c \limsup_{k \rightarrow \infty} |\lambda_{1,k} - \lambda_{2,k}|$ , pour une constante  $c > 0$  dépendant de  $\omega$  et

de  $R > 0$ , pourvu que  $\sum_{k \geq 1} \|\psi_{1,k} - \psi_{2,k}\|_{L^2(\partial\omega \times [0, 2\pi])}^2 < \infty$ , où  $\psi_{m,k} := \partial\phi_{m,k}/\partial\mathbf{n}$  (ici  $\mathcal{F}$  est la transformation de Fourier). Les arguments utilisés peuvent être employés pour d'autres problèmes inverses spectraux des résultats similaires peuvent être obtenus.

▷ **Yavar Kian** (Aix-Marseille)

Title : *Détermination d'un coefficient dépendant du temps d'une équation des ondes*

Abstract : Soit  $\Omega$  un ouvert borné de  $\mathbb{R}^n$ ,  $T > 0$  et  $Q = (0, T) \times \Omega$ . On étudie le problème inverse qui consiste à déterminer un coefficient  $q(t, x)$  dépendant du temps et de l'espace, apparaissant dans un problème aux limites associé à l'équation des ondes  $\partial_t^2 u - \Delta u + qu = 0$  sur  $Q$ , à partir d'observations sur le bord de  $Q$ . L'observation est caractérisé par un opérateur au bord de type Dirichlet-Neumann. Pour ce problème inverse, on établit un résultat d'unicité et de stabilité.

▷ **Andrea Mantile** (Reims)

Title : *Selfadjoint elliptic operators with boundary conditions on not closed hypersurfaces*

Abstract : The abstract theory of self-adjoint extensions of symmetric operators is used to construct self-adjoint realizations of a second-order elliptic differential operator on  $\mathbb{R}^n$  with linear boundary conditions on (a relatively open part of) a compact hypersurface. Our approach allows to obtain Krein-like resolvent formulae where the reference operator coincides with the "free" operator with domain  $H^2(\mathbb{R}^n)$ ; this provides an useful tool for the scattering problem from a hypersurface. Moreover, Schatten-von Neumann estimates, for the difference of the powers of resolvents of the free and the perturbed operators, yield the existence and completeness of the wave operators of the associated scattering systems. As a concrete example, we focus on Robin-type boundary conditions on a  $(n - 1)$ -dimensional sheet with regular boundary.

This is a joint work with : A. Posilicano and M. Sini.

▷ **Nicolas Popoff** (Bordeaux)

Title : *Valeurs propres du Laplacien de Robin : influence de la géométrie et réduction au bord.*

Abstract : J'exposerai des problématiques récentes autour du spectre du laplacien avec condition au bord mixte. Je décrirai l'influence de la géométrie lorsque le paramètre de couplage est grand et j'exposerai des problématiques liées à l'inégalité de Faber-Krahn, laquelle se trouve être en défaut pour certaines valeurs du paramètre. Ce travail est une collaboration avec K. Pankrashkin (Orsay).

▷ **Éric Soccorsi** (Aix-Marseille)

Title : *Stable determination of the conductivity in a hyperbolic waveguide by a single lateral observation.*

Abstract : We consider the multidimensional inverse problem of determining the conductivity coefficient of a hyperbolic equation in an infinite cylindrical domain, from a single boundary observation of the solution. We prove Hölder stability with the aid of a Carleman estimate specifically designed for hyperbolic waveguides. This is joint work with M. Cristofol (Marseille) and S. Li (Hefei, China).