

Éloïse COMTE (INRIA Nancy)
eloise.comte@inria.fr

CONTRÔLE OPTIMAL SOUS CONTRAINTE D'UN MODÈLE HYDROGÉOLOGIQUE :
UN PROBLÈME DE POLLUTION DES EAUX EN SOUS-SOL

Résumé. Ce travail s'inscrit dans un contexte de contrôle de la pollution d'origine agricole des ressources en eau, en alliant modélisation économique et hydrogéologique. Pour cela, on considère un problème de contrôle optimal de contamination d'eau souterraine dans le cas d'un nécessaire compromis économique entre l'utilisation du polluant et les coûts de dépollution. Cet objectif économique est sous la contrainte d'un modèle hydrogéologique pour la propagation de la pollution dans l'aquifère. Ce modèle est constitué d'une équation aux dérivées partielles parabolique non linéaire (réaction-convection-dispersion) couplée par le tenseur de dispersion et le terme de convection à une équation elliptique.

Des résultats génériques sont donnés ([1]), notamment un résultat d'existence et de contrôlabilité. Puis un cas particulier est traité : nous prenons en compte la faible concentration du polluant dans le sous-sol et écrivons rigoureusement le modèle mis à l'échelle approprié et nous montrons l'existence et l'unicité de sa solution en utilisant des perturbations singulières et des outils d'analyse asymptotique ([2]). Quelques résultats numériques (2D en espace, issus d'une discrétisation par éléments finis mixtes) illustreront ces résultats analytiques.

Ces derniers pourront être élargis au cadre de la théorie des jeux, où plusieurs joueurs interviennent, avec notamment un résultat d'existence d'un équilibre de Nash.

Mots clés : Équations aux dérivées partielles paraboliques et elliptiques ; contrôle optimal ; systèmes couplés non-linéaires ; analyse asymptotique ; schéma Éléments Finis ; simulations numériques.

RÉFÉRENCES

- [1] E. AUGERAUD-VÉRON, C. CHOQUET, É. COMTE, Optimal control for a Groundwater Pollution Ruled by a Convection-Diffusion-Reaction Problem, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 173(3), 941-966, 2017.
- [2] E. AUGERAUD-VÉRON, C. CHOQUET AND É. COMTE, Existence, uniqueness and asymptotic analysis of optimal control problems for a groundwater pollution. "*À paraître*" dans *Control, Optimisation and Calculus of Variations*.